ANÁLISIS DE LA ENSEÑANZA DEL SISTEMA DE REFERENCIA CARTESIANO

Wilmar Epifanio Gómez Moyano[1], José Andrés castillo Hernández[2]
[1]Universidad Americana de Europa, wilmargomez12@gmail.com,
[2]Padrón Veracruzano de Investigadores,doctor_andres_castillo@acta.es

***Área de participación**: Investigación Educativa*

Resumen

Un rastreo de los resultados evaluativos en matemáticas para Colombia según PISA (2018), demuestran que solamente el 1% de los estudiantes, logran un nivel superior y alcanza a representar una situación simple. Es clave analizar en el campo de la enseñanza cómo se desarrollan y enseñan conceptos en relación con los sistemas de referencia, específicamente el cartesiano. El problema se afronta desde la pregunta ¿el sistema de referencia cartesiano que se enseña en secundaria está acorde al desempeño esperado del nivel de competencia que los alumnos deben alcanzar? Se realiza una revisión de literatura teniendo en cuenta tres aspectos: las situaciones en contexto dentro de la didáctica de la matemática; el tipo de competencia matemática y la enseñanza de sistemas de coordenadas. El diseño metodológico parte de una investigación experimental, con hipótesis de investigación y objetivo general.

***Palabras clave**: contexto, cartesiano, competencia, geometría*

Abstract

A tracking of the evaluative results in mathematics for Colombia according to PISA (2018), shows that only 1% of the students achieve a higher level and manage to represent a simple situation. It is key to analyze in the field of teaching how concepts are developed and taught in relation to reference systems, specifically the Cartesian one. The problem is faced from the question: is the Cartesian reference system that is taught in secondary school consistent with the expected performance of the level of competence that students must achieve? A literature review is carried out taking into account three aspects: situations in context within the didactics of mathematics; the type of mathematical competence and the teaching of coordinate systems. The methodological design is based on an experimental investigation, with research hypotheses and general objective.

***Key words**: context, cartesian, competence, geometry*

Introducción

Se puede establecer que existen ciertas problemáticas en la educación actual, que se evidencian en los resultados que provee en Colombia el Instituto para la Evaluación de la Calidad de la Educación (ICFES), y el análisis de los resultados de las pruebas aplicadas por el Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos (PISA) durante los periodos 2006, 2009, 2012, 2015 y 2018 donde Colombia obtuvo los promedios más bajos en matemáticas. La prueba PISA evalúa y mide el desempeño en el nivel de competencia de los alumnos para resolver los problemas con éxito. Para evaluar esto PISA tiene en cuenta tres dimensiones:

-El contenido matemático que el estudiante debe saber para poder solucionar un problema.
-El contexto donde se localiza el problema
-Las competencias o procesos cognitivos que el estudiante necesita para relacionar el contexto del mundo realcon los formalismos de las matemáticas y luego dar solución al problema.

Estas dimensiones permiten establecer que hay falencias en torno a cómo el estudiante se apropia de un concepto, de la asimilación de los contenidos matemáticos en el aula, la contextualización y la capacidad de solucionar problemas. En el mismo sentido se registran falencias en el logro del nivel de competencia en matemáticas, estableciendo que los resultados se ubican en el desempeño inferior y no alcanzan los niveles de modelización de problemas [1].
Una visualización de los estándares básicos de competencias para matemáticas, según el Ministerio de Educación Nacional (MEN) permite determinar que dichas competencias necesitan de ambientes de aprendizaje en donde predominen las situaciones problema, con carácter significativo y que sean comprendidos para que el estudiante puede avanzar a niveles de mayor complejidad [2].

Es importante analizar desde el campo las metodologías de enseñanza, cómo se desarrolla la competencia matemática y cómo son los rendimientos de los alumnos en los distintos niveles de desempeño. Mostrando mayor interés en los procesos de enseñanza de conceptos relacionados a los sistemas de referencia cartesianos y la forma en la que son problematizados, contextualizados y generalizados en el aula de clases. De igual forma detallar en qué medida se alcanzan estándares de identificación de características cuando se localizan objetos geométricos en distintos sistemas de representación, polares, cartesianos, esféricos y cilíndricos [2].

Revisión de la literatura

Un rastreo temático alrededor de la didáctica en matemáticas permite visualizar relaciones entre el uso de situaciones contextuales en la enseñanza de conceptos o nociones matemáticas y el rendimiento asociado al nivel de desempeño de la competencia en matemáticas, a su vez identificar cómo se involucran los conceptos asociados a los sistemas de coordenadas, para encontrar referentes metodológicos que permitan analizar los resultados.

Didáctica de la matemática en relación con situaciones contextuales

Para Galeano y Gómez, la didáctica de las matemáticas en Colombia, en relación con situaciones del contexto, tiene unos referentes muy marcados dentro de los Lineamientos Curriculares, que mencionan utilizar el contexto cercano del estudiante y también el análisis a los Estándares de Competencia en matemáticas, que se refieren a cómo el ambiente influye en las matemáticas que se enseñan y adquieren sentido para el alumno, las mismas autoras utilizan el método didáctico Ontosemiótico [3].
Los lineamientos del currículo de matemáticas, hacen énfasis en tres tipos de contexto: el contexto inmediato; elescolar y el extraescolar.

Tabla 1. Tipos de contexto según el Ministerio de Educación de Colombia (MEN) [3].

Contexto inmediato	Contexto escolar	Contexto extraescolar
Entorno físico del aula Interacciones sociales Normas de clase Situaciones generadas por eldocente.	Distintos escenarios de la institución. Saberes de los estudiantes y docentes. Normas de convivencia y del Proyecto Educativo Institucional	Todo lo existente fuera de la institución educativa. Contexto local, regional, nacionaly mundial.

Estos tres tipos de contexto se relacionan entre sí, dependiendo cada uno del otro. El tema del contexto cobra importancia pues implica el desarrollo de competencias que serán necesarias en la vida diaria. También se diferencian dos tipos de contexto en matemáticas, por un lado aquel que implica situar los problemas en un campo donde los objetos matemáticos cobren sentido y la otra definición supone un uso metafóricamente conocido como"ecológico" [3].
En esta misma línea Herazo y De la Hoz Molinares, hablan del contexto como elemento clave para llegar a procesos de modelización, a través de situaciones que provienen de la realidad y ligar esta a un contexto social que se considera el camino donde se da el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

El contexto, dentro de la modelización es fundamental, pues es allí en donde el estudiante encuentra las relaciones con la realidad [4]. En un mundo donde los campos se trasversalizan y donde el auge tecnológico es evidente, las estrategias didácticas deben buscar el desarrollo de estas relaciones entre lo que se enseña y las situaciones del entorno [5].

En cuanto a la enseñanza, Bolaño Muñoz menciona que las nuevas generaciones requieren metodologías que se relacionen con situaciones reales, en donde les permita un desarrollo pleno de la lógica matemática y así darfrente a situaciones del contexto cotidiano.
Desde esta perspectiva, el constructivismo es un anclaje de fundamentación teórica pues como lo afirma Bolaño Muñoz, este hace énfasis en la enseñanza a partir de situaciones contextuales que parten de los conocimientos y experiencias de los alumnos convirtiendo estas dos características en el puente para incorporar nueva información. El autor citando a Vigotsky enfatiza que el contexto o entorno social es importante para los procesos de aprendizaje en los estudiantes pues este permite que la nueva información se incorpore con las experiencias que ellos tienen en su estructura mental. Para Piaget, estos procesos se realizan interiorizando la información producto del entorno y modificando los esquemas previos [6].

Competencia Matemática

Como se ha mencionado, la importancia de contextualizar los objetos y los contenidos matemáticos, radica en el desarrollo de una serie de competencias dentro del campo de las matemáticas, Vargas, utiliza la definición de las prueba PISA, en donde se entiende la competencia como alfabetización matemática, y tiene que ver con las habilidades que poseen los estudiantes para pensar, analizar y comunicar correctamente procesos en relación a formulación y solución de problemas en distintos contextos [7].

Tipos de competencia matemática

Vargas, identifica las distintas competencias que son viables en un estudio sobre geometría (tabla 2).

Tabla 2. Tipos de competencia matemáticas [7].

Comunicar	Razonar	Plantear y resolver problemas

Se relaciona con la habilidad para entender una idea coherentemente, en relación a los conceptos matemáticos presentes en cierta situación contextual. También implica representar distintas formas describiendo los vínculos matemáticos a través de tablas, gráficas y expresiones descritas en lenguaje natural.	Identificar y usar estrategias y procedimientos para afrontar situaciones problema, formular hipótesis, identificar patrones, formular ejemplos y generalizar propiedades	Utilizar distintos contextos para formular y solucionar problemas, traduciendo la realidad a un modelo matemático e interpretar resultados. Generalizando resultados para resolver situaciones similares enotros escenarios.

Londoño, enfatiza en los procesos vinculados con el pensamiento geométrico-espacial, citando al MEN quien lo define como un conjunto procesos de carácter cognitivo que son claves para manipular y construir objetos en el espacio a través de sus representaciones mentales, describiendo las distintas relaciones y trasformaciones [8]. El pensamiento espacial-geométrico y su desarrollo se evidencia a través de una serie de competencias que evalúa el Ministerio de Educación de Colombia, mientras la prueba ICFES Saber 11, en donde se evalúa el desempeño en tres tipos de competencia: competencia de interpretación y representación; competencia de formulación y ejecución y competencia de razonamiento y argumentación, como se observa en la tabla 3.

Tabla 3. Competencias matemáticas según el MEN Colombia [8].

Competencia de interpretación y representación	**Competencia de formulación y ejecución**	**Competencia de razonamiento y argumentación**
Habilidad del estudiante para asimilar información luego de un proceso de comprensión, reproducción y trasformación a partir de un conjunto de datos. A su vez inferir y extraer información estableciendo relaciones, proporciones y razones.	Habilidad que tiene el estudiante para identificar distintas estrategias para resolver problemas en distintos contextos. Evaluar los métodos más eficaces para dar solución a problemas matemáticos y escoger la mejor solución posible.	Habilidad que tiene el estudiante de refutar o argumentar hipótesis, interpretaciones y representaciones de situaciones problema. Esta competencia permite entender procesos matemáticos en forma sistemática utilizando la lógica, los axiomas y los teoremas.

Es importante relacionar las situaciones contextuales dentro de la enseñanza de las matemáticas, con lo que plantea la competencia en matemática, específicamente en la enseñanza del sistema de referencia cartesiano, en la actualidad la enseñanza de los sistemas de coordenadas ha venido acompañada del uso de programas y aplicaciones digitales, de esto da cuenta González, quien diseña una propuesta didáctica con software interactivo para la enseñanza del concepto sistema de

coordenada, problematiza la investigación alrededor del privilegio que ha tenido la enseñanza de las coordenadas cartesianas sobre otras como las polares, de esta forma se deja a un lado otro tipo de coordenadas que facilitan la visualización de curvas y la aplicación de diversos campos del conocimiento, como la física, la navegación y los problemas en los que intervienen curvas. Las conclusiones de este trabajo giran alrededor de la importancia del uso de herramientas TIC en el aula para la comprensión de conceptos asociados a coordenadas cartesianas y polares [9].

En el mismo sentido Osorio, da Costa, Peña y Montesinos, utilizan el software interactivo para la modelación de superficies en coordenadas esféricas, este tipo de coordenadas es la generalización de las coordenadas polares en el plano, su importancia radica en la aplicación en la geografía por su similitud con las coordenadas geográficas y también con el funcionamiento del GPS, además tiene un sentido más práctico para solucionar problemas y entender el comportamiento de las proyecciones de sólidos en calculo con varias variables. Es importante un análisis de cómo el sistema de referencia cartesiano, presentan limitantes para comprender situaciones con simetría esférica, y como los recursos tecnológicos rompen la brecha que se establece para una enseñanza mássignificativa y que genere mayor comprensión por parte del estudiante [10].

Sánchez y González, realizando un análisis sobre la concepción el desarrollo de la geometría analítica durante el siglo XIX, determinan que dicha rama de la matemática no se concibe sin el uso de un sistema de coordenadas, se determina que la geometría analítica utiliza un sistema de referencia vinculando ecuaciones y es a partir de dichas ecuaciones y su relación con el sistema de referencia como se obtienen las soluciones a los problemas. [11].

Este último planteamiento permite ubicar la investigación dentro del campo de la didáctica de las matemáticas, específicamente la geometría y se vincula con la rama de la geometría analítica. Cabe señalar que a partir de esta última se puede establecer una forma de enseñanza que privilegia el sistema de coordenadas cartesianas sobre otros, Soto, indago si los profesores privilegiaban los ejes cartesianos como el sistema de referencia por excelencia para estudiar las curvas aun sabiendo que se pueden recurrir a otros sistemas de coordenadas como las polares y otros sistemas de representación como las ecuaciones paramétricas. En las conclusiones, el autor afirma que en la formación de los docentes a nivel de pregrado se limita el desarrollo de conceptos que involucren la enseñanza de otros tipos de coordenadas, también se sugiere cambios a nivel curricular que den lugar a visualizar y jerarquizar ciertos contenidos relacionados a geometría analítica, uno de los más importantes el de laenseñanza de los distintos sistemas de referencia [12].

Esta revisión literaria también evidencia un vínculo entre la enseñanza de las matemáticas a partir de situaciones del contexto y el desarrollo de competencias, por ejemplo Vargas [7] y Londoño [8], recurren a las mediciones de la prueba PISA de la OCDE y SABER 11, por parte del Ministerio de Educación (MEN) en Colombia, para demostrar la importancia de vincular el campo de la enseñanza desde una perspectiva de solución de problemas en el contexto cotidiano, ello conlleva a una mayor apropiación de los conceptos como lo menciona Bolaños Muñoz [6], cuya referencia teórica sitúa la enseñanza contextual dentro del constructivismo, el contexto es primordial dentro de los lineamientos a nivel curricular y los distintos estándares dentro de las competencias matemáticas establecidas por el MEN, como lo menciona Galeano y Gómez [3], dichos estándares también dejan ver la necesidad de enseñar otros tipos de sistema de referencia a parte de los cartesianos, pues es evidente que históricamente se ha privilegiado la enseñanza del sistema de referencia cartesiano sobre otros sistemas, de esto dan cuenta las investigaciones de Osorio, da Costa, Peña y Montesinos

[10]; Sánchez y González [11] y Soto [12]. Sugiriendo que un análisis de la enseñanza de los sistemas de coordenadas cartesiano puede dar más elementos para indagar los bajos promedios de los alumnos en las distintas pruebas de carácter externo.

Metodología

Muestra

La muestra está conformada por un total de sujetos (n=42) de 9° de secundaria de un colegio público del departamento de Cundinamarca, Colombia. Los estudiantes se asignan aleatoriamente a dos grupos: el grupo control que está conformado por 21 estudiantes y el grupo intervención que está conformado por 21 estudiantespara asegurar el carácter homogéneo de los datos.

Procedimiento

Los sujetos que fueron seleccionados al grupo control, se les aplico una metodología de enseñanza consideradatradicional que consiste en:
-Exposición por parte del profesor utilizando el recurso del tablero
-Presentación de ejemplos o problemas.
-Aclaración de dudas de ejercicios.
-Resolución de problemas tomados del libro de texto.
Los estudiantes seleccionados en el grupo experimental (intervención) fueron sometidos a un proceso de enseñanza (tratamiento) basado en una metodología de situaciones en contexto (contextuales). Dicha metodología costa de los siguientes pasos:
-El docente presenta la situación a trabajar (situaciones relacionadas con el contexto estudiantil).
-El docente hace uso de alguna herramienta u o aplicación tecnológica para presentar la situación (softwareinteractivo)
-El estudiante interactúa con la herramienta tecnológica para comprender los conceptos y determinar una posibleruta para dar solución a la situación planteada
-Se genera una práctica en la que interviene el uso de la herramienta tecnológica y aparatos de medición.

-Los estudiantes utilizan la herramienta tecnológica para modelar la situación y enviar las evidencias de trabajo. Las actividades fueron realizadas en horario de clase dentro del área de matemáticas y se relacionaron con contenidos de geometría, dentro de la temática particular de sistema de referencia cartesiana, estas prácticas se realizaron en un intervalo de tiempo de tres semanas desde que se realizó el pretest hasta que se aplicó elpostest.

Instrumentos

La investigación utiliza un cuestionario de 20 preguntas de selección múltiple, en cuyo caso hay cuatro posibles respuestas y una sola correcta. Se utiliza este diseño porque el ICFES en Colombia evalúa de esta forma y garantiza una afinidad entre las pruebas externas y la medición de la investigación.

Pretest y postest

La investigación recurre a esta técnica clásica para evaluar con el pretest los antecedentes que tienen los sujetos participantes en relación con conceptos de sistemas de coordenadas y sus aplicaciones. Luego con el postest se evaluará las diferencias que existan con la intervención metodología sobre el grupo experimental y su relación con el grupo control.

Escenario

El plantel educativo cuenta con aproximadamente 350 estudiantes de los cuales la gran mayoría pertenecen a un nivel socioeconómico medio-bajo pertenecientes al sector rural. La institución s de carácter público (estatal) ofrece el servicio educativo a 13 cursos de 6° a 11°,47 estudiantes están matriculados en grado noveno, cuatro de ellos presentan o están diagnosticados con alguna discapacidad cognitiva, los cuales no fueron seleccionados dentro de la muestra pues algunos de ellos no saben leer.

Diseño de investigación

Enfoque

Al abordar las variables cuantificables: enseñanza del sistema de referencia cartesiano y competencia matemática, el enfoque para la presente investigación es de enfoque cuantitativo. Se manipula la variable independiente situaciones contextuales para analizar su repercusión con la variable dependiente desempeño de la competencia matemática, por lo tanto la investigación es de tipo experimental, con un nivel explicativo.

Variables

Definiciones teóricas

Situaciones contextuales: surgen a partir del contexto particular en el que se desenvuelve el estudiante y donde
las matemáticas que aprende adquieren un significado. También incluyen distintas variables relacionados con condiciones culturales y sociales de carácter nacional e internacional, también se incluyen los gustos, formas de ver el mundo y el contexto económico donde se vincula la práctica educativa o didáctica [1].
Competencia matemática: conjunto de saberes y habilidades de carácter cognitivo, psicomotores y socioafectivos, que se relacionan conjuntamente para poder enfrentar distintas situaciones en distintos contextos,escogiendo las mejores soluciones ante los retos de la cotidianidad. [2].

Definiciones operacionales

Situaciones contextuales: Nivel de complejidad de las situaciones relacionadas con el sistema de referencia cartesiano. Nivel 1, situaciones relacionadas con el plano cartesiano, ubicación de puntos y propiedades de figuras. Nivel 2, uso de situaciones y problemas del contexto relacionadas con sistemas cartesianos. Nivel 3, relación de los sistemas de coordenadas con otros tipos de coordenadas (polares, esféricas, cilíndricas y geográficas)
Competencia matemática: promedio de puntajes obtenidos en la prueba de competencias matemáticas sobre el uso de sistemas de coordenadas a través del desempeño superior, alto, básico, inferior, bajo una escala de 1 a 10 ubicando el nivel superior de 9 a 10; alto de 7.5 a 8.9; básico de 6 a 7.4; inferior de 0 a 5.9

Hipótesis

La hipótesis de investigación es: los estudiantes que reciben una enseñanza de los sistemas de referencia cartesianos a partir de situaciones contextuales con distinto nivel de complejidad, presentan desempeño más alto en la competencia matemática que aquellos que solo reciben una enseñanza a través de la herramienta del plano cartesiano.

Objetivo general

Analizar de qué forma la estrategia de enseñanza del sistema de referencia cartesiano a partir de situaciones en contexto con distinto nivel de complejidad se relaciona con la adquisición de distintas competencias matemáticas en alumnos de noveno grado.

Objetivos específicos

1) Calcular el porcentaje de la competencia matemática acorde al nivel de desempeño en relación con los sistemas de coordenadas cartesianos.
2) Calcular el porcentaje de la competencia matemática acorde al nivel de desempeño cuando el estudiante aprende a través de situaciones en contexto y distinto nivel de complejidad.
3) Comparar los porcentajes de la competencia matemática acorde al nivel de desempeño cuando el estudiante recibe una enseñanza de los sistemas de coordenadas cartesianas de la manera formal y otra a través de situaciones complejas y contextualizadas.

Resultados

Análisis de confiabilidad del Instrumento

El coeficiente Alfa de Conbrash se utilizó para calcular la consistencia interna. El nivel de confiabilidad global es de 0.68, que de acuerdo a Hernández et al. (1996) el instrumento tiene una confiabilidad aceptable. Para validar el instrumento se utilizaron las variables que contienen la suma de las 20 preguntas en el pretest y postest.

Análisis Descriptivo

De 42 estudiantes que formaron parte del estudio el 50% forma parte del grupo control y el 50% del grupo intervención. Respecto al sexo 52,38% son mujeres y equivalen a 22 y el restante 47,62% son hombres.

Para los resultados del grupo intervención con respecto a las preguntas del pretest, las preguntas que superaron un 60% de aprobación fueron la pregunta 2 la pregunta 3 la pregunta 6 y la pregunta 16. Para el postest se resalta que las 20 preguntas reportan un incremento en las respuestas correctas del 50% .

Los resultados del grupo control se caracterizan así: en el pretest las preguntas con más del 60% fueron 4, la pregunta 2 la pregunta 5 la pregunta 6 y la pregunta 16.para el postest se presenta un incremento en las respuestas correctas exceptuando la pregunta 8.es importante resaltar que 5 preguntas muestran más del 60% de respuestas correctas.

Análisis de asociación

La tabla 6 y 7 (ver apéndice C) muestra la correlación entre las preguntas del instrumento de evaluación en el grupo intervención. No se incluye la pregunta 6 debido a que todos obtuvieron un valor de 1, es decir no hay variabilidad. Los grupos de variables se clasificaron en correlaciones positivas y negativas que se describen a continuación:

Grupo de variables con relaciones positivas: p2-p5 (r=0.447), p2- p12 (r=0.447), p3-p12 (r=0.485), p17-p14 (r=0.586), p16-p18 (r=0.414), p17-p19 (r=0.560), p17-p20 (r=0.408), p19-p20 (r=0.429). Grupo de variables con relaciones positivas: en este grupo se encuentra el par de variables p11-p13 (r=-0.448).
Para el grupo control las correlaciones positivas y negativas según el grupo de variables se presentan así: Grupo de variables con relaciones positivas: p1-p20 (r=0.411), p2-p11 (r=0.553), p2-p16 (r=0.557), p3-p11 (r=0.553), p3-p15 (r=0.408), p8-p9 (r=0.580), p11-p15 (r=0.484), p12-p14 (r=0.472), p13-p15 (r=0.56, p14-p17(r=0..47).

Grupo de variables con relaciones negativas: p5-p17 (r=-0.548), p7-p10 (r=-0.509), p13-p14 (r=-0.429), p14-p15(r=-0.408).

Análisis comparativo

En la figura 1 se comparan los puntajes de prestest y postest respecto a cada grupo y al sexo. La figura 1 muestra el comparativo de los puntajes en el pretest y postest. Para el grupo control los puntajes son similares en los dos momentos de aplicación. En el pretest el puntaje mínimo fue 4 y máximo 11, con un valor de la media de 7,33 y mediana de 8, respecto a la variabilidad de los datos se reportan una desviación estándar de 2.24.

Para el postest en el puntaje mínimo fue 6, máximo 14, la media 8.85 y mediana 9, de acuerdo con la variabilidad, la desviación estándar es de 2.81. Para el grupo intervención se observa un incremento en los puntajes del pretest y posttest.

En el momento de la aplicación pretest, el puntaje mínimo fue 4, máximo 10 la media 6.76 mediana 7 y la desviación estándar 1.81. Para el postest aumenta los puntajes, obteniendo un mínimo de 10, máximo 18, media 13.3 y mediana 12 la desviación estándar es de 2.24.

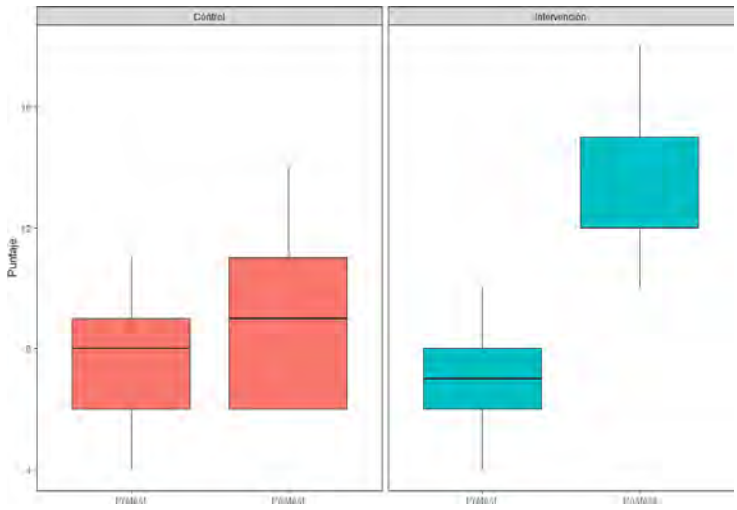


Figura 2. Comparación de los puntajes obtenidos según el momento deaplicación y el grupo.

La prueba de hipotesis (t-estudent) para muestras pareadas determinó diferencias de los puntajes de los dos grupos en el pretest y postest considerando un nivel de significancia de 0.05 (ver tabla 8).en ambos grupos los puntajes de los promedios en el protest aumentan, sin embargo para el grupo intervención la diferencia de las medias fue de 6 puntos mientras que el grupo control fue 1.53.

Tabla 4. Prueba de hipótesis para el puntaje obtenido por grupo en el pretest y postest.

Grupo	Pretest	Postest	P
Intervención	6.76±1.60	13.33 ± 2.24	<0.01
Control	7.35 ±2.23	8.85 ±2.88	0.03

Los datos son expresados como media ± desviación estándar.* Nivel de significancia 0.05

En la figura 2 se muestran los puntajes para hombres y mujeres en el pretest, para el grupo control se presenta mayor variabilidad tantos para hombres como mujeres, para el grupo intervención los puntajes muestran menor variabilidad y son mayores.comparando entre hombres y mujeres el grupo control tiene un mediana mayor en cambio en el grupo intervención la mediana para mujeres es mayor.

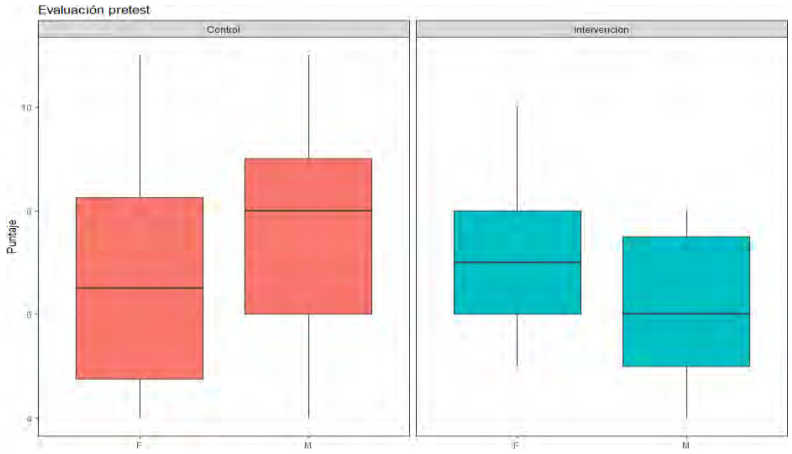


Figura 2. Comparación de los puntajes obtenidos en el pretest según elgrupo y sexo.

En el análisis de varianza de la tabla 7 los cambios en los puntajes en el pretest por sexo y grupo no son significativos, reportando un nivel de significancia de 0.05.

Tabla 5. Resultados del análisis de varianza con respecto a los puntajes obtenidos en la evaluación pretest enfunción del grupo y sexo.

	Gl	CM	F	p
Grupo	1	3.623	0.955	0.334
Sexo	1	0.01	0.01	0.991
Grupo × Sexo	1	8.410	2.21	0.144
Error	38	3.791		

* Nivel de significancia 0.05

Para el grupo control los puntajes son menores y presentan menor variabilidad a comparación de grupo intervención, respetó a la comparación de hombres y mujeres los comportamientos son similares. Para el análisis de la varianza (ver tabla 8) la diferencia en los puntajes entre grupos resulto significativo ($p<0.01$) sin embargo no hay diferencia entre sexo en el grupo intervención ($p=0.742$) y en la interacción de grupo y sexo ($p=0.547$).

Tabla 6. Resultados del análisis de varianza con respecto a los puntajes obtenidos en la evaluación pos test enfunción del grupo y sexo.

	Gl	CM	F	p
Grupo	1	201.56	29.90	<0.01*
Sexo	1	0.740	0.109	0.742
Grupo × Sexo	1	2.483	0.368	0.547
Error	38	6.739		

Las medias y desviación estándar y los puntajes por grupo y sexo en el postest se presentan en la tabla 11. Para el grupo intervención los puntajes son mayores tanto en hombres como en mujeres comparados con el grupo control.

Tabla 7. Medias del puntaje en el postest con respecto al sexo y grupo

Sexo	**Grupo**	
	Control	Intervención
Femenino	9.00 ± 3.12	13.07 ± 1.97
Masculino	8.76 ±2.74	13.85 ± 2.79

Discusión

Según el análisis estadístico presentado anteriormente se destacan tres resultados fundamentales que responden a los distintos objetivos planteados en la investigación y permiten a su vez la comprobación de la hipótesis. En primer lugar, se puede evidenciar un aumento de los promedios significativo del grupo intervención en comparación con los promedios obtenidos para el grupo control, comprobando por un lado que la variación de la metodología de enseñanza a través de situaciones contextuales permite mejorar el desempeño en relación con la competencia matemática, sobre una metodología formal o tradicional.

Para la comprobación de la hipótesis se realiza manipulación de la variable independiente, también se apoya además en la poca variabilidad que obtuvieron los puntajes tanto para hombres como mujeres del grupo intervención en el postest, demostrando así que el uso de situaciones dentro de la enseñanza del sistema de referencia cartesiana genera una comprensión mayor de los conceptos de coordenadas y el uso de otros sistemas de referencia.

La comparación entre las variables estudiadas y la prueba de hipótesis permite afirmar que los estudiantes que reciben una enseñanza de los sistemas de referencia cartesianos a partir de problemas contextuales con distintos niveles de complejidad, presentan desempeño más alto con respecto a aquellos que reciben una enseñanza tradicional.

La validación de los instrumentos asegura la consistencia interna para que los resultados de la investigación puedan ser replicados en contextos educativos similares y utilizarse para otras temáticas relacionadas con la enseñanza de la matemática.

La investigación siguió un diseño experimental asegurando que el tratamiento de los datos fuera lo más objetiva posible para determinar cómo las variaciones en los tipos de enseñanza que hoy se dan los distintos niveles educativos generan espacios para comprender que los bajos rendimientos en pruebas externas como ICFES saber 11 o la prueba PISA, en algunas ocasiones se originan no por contextualizar los contenidos de enseñanza o por tratar de explicar que el bajo desempeño se relaciona únicamente con problemas de aprendizaje.

La metodología de enseñanza a través de situaciones contextuales, permite estudiar el sistema de referencia cartesiano desde distintos niveles, aprovechando el software interactivo y las aplicaciones para móvil como recursos para modelar las situaciones y encontrar posibles soluciones a un problema.

La enseñanza contextual de los sistemas cartesianos permite vincular situaciones aplicadas a otro

tipo de sistemas como lo polares, geográficos, cilíndricos y esféricos, que hacen parte de los estándares de competencia en matemáticas pero que su incorporación a los libros de texto y guías metodológicas son casi nulos. Esta investigación genera además una ruta metodológica para la enseñanza de los sistemas de referencia distintos alcartesiano.

Dentro de los niveles de desempeño en matemáticas se evidencian mejores resultados en el grupo sometido a situaciones contextuales, con aumentos significativos pasando de un nivel bajo a un nivel básico y alto durante la intervención, en comparación con el grupo control que mantuvo los niveles bajos en la gran mayoría de los participantes y muy pocos acceden al nivel básico. La diferencia entre los dos grupos va ligado con el desarrollo de las tres competencias que sugiere el MEN (1998), competencias de interpretación y representación, competencias de formulación y ejecución, competencias de razonamiento y argumentación, el desarrollo de esas competencias son más evidentes según los resultados del grupo intervención en el postest, quien utiliza la metodología de enseñanza a partir de situaciones contextuales.

Trabajo a futuro

Es importante investigar las relaciones existentes entre la enseñanza de los sistemas de referencia que usan coordenadas cartesianas con otros tipos de sistemas fundamentados en coordenadas polares, esféricas y cilíndricas, también analizar desde la perspectiva del contexto como distintas competencias matemáticas se desarrollan a mayor profundidad y situar los rezagos en los resultados de pruebas externas dentro de situaciones que merecen ser problematizadas.

Conclusiones

Las situaciones contextuales con distinto nivel de complejidad, para la enseñanza de las matemáticas influye en el nivel de desempeño de la competencia matemática en relación con los sistemas de coordenadas cartesianos en estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Departamental La Victoria del Municipio de El Colegio, Cundinamarca, Colombia. En base a los análisis y resultados obtenidos, se obtienen las siguientes conclusiones.

1. Los estudiantes que recibieron la estrategia de enseñanza basada en situaciones contextuales (grupo intervención) presentaron desempeño más alto que aquellos que recibieron una enseñanza formal (tradicional). El incremento promedio en el puntaje del pretest al postest fue de 6 puntos para el grupo intervención. En el grupo control aun cuando se obtuvo un aumento en la calificación final, el incremento promedio fue de 1.53.

2. El análisis de cada pregunta del instrumento de evaluación muestra que el porcentaje de respuestas correctas en el postest fue mayor al 50% para cada pregunta. En el grupo control el comportamiento fue diferente: en 4 preguntas se reportaron menor del 20% de respuestas correctas, 10 preguntas entre el 20% y 60% de respuestas correctas y solamente 6 preguntas se registró mayor o igual al 60% de respuestas correctas.

3. Se caracterizaron las preguntas del instrumento con base a la correlación (entre las variables, en cuanto a la intensidad se estableció una correlación mayor o igual a 0.40. En el grupo de intervención, se determinaron ocho grupos de variables, de los cuales las variables que influyeron fueron las preguntas p2, p17 y p19. En el grupo control se establecieron 8 grupos de variables con correlaciones positivas y 4 grupos de variables con correlaciones negativas, las variables con mayor

presencia fueron p3 y p14.

4. es cierto que existen distintas causas y variables que influyen en el desempeño de un estudiante, en esta evaluación el sexo no resulta una variable que indique diferencia. Este escenario nos permite centrarnos en la estrategia de enseñanza como un factor clave que promueve en los estudiantes un mejor rendimiento en el tema de sistemas de coordenadas cartesianos.

Referencias

[1] O. Borrero,(2020, May 18), Análisis del nivel de calidad educativo en Colombia, a partir de los resultados de las pruebas PISA en el periodo 2012-2018. *Repositorio Universidad Militar Nueva Granada*. [Online]. Available: http://hdl.handle.net/10654/35718

[2] F. Gómez, "El desarrollo de competencias matemáticas en la institución educativa pedro Vicente Abadía de Guacarí, Colombia," Revista Universidad y Sociedad, vol. 11,no.1, pp. 162-171, 2019.

[3] N.Galeano and F. Gómez, (2018, Jun 15), Las matemáticas vinculadas a situaciones del contexto cotidiano. *Repositorio digital de tesis y trabajos de grado*, [Online]. Available: https://hdl.handle.net/10495/23643

[4] J. Herazo, J. P. Fernández and E. De la Hoz Molinares, "Modelización matemática desde la perspectivacontextualizada," *Boletín Redipe*, vol. 10, no. 8, pp. 463-480, 2021.

[5] V. F. Morales, J. P. Segovia, F. G. Córdova and A. D. Hernández, "Modelado y TICs en la Enseñanza de Ciencias y Matemática," *Revista Dominio de las Ciencias*, vol.7, no.1, pp. 874-884, 2021.

[6] O. E. Bolaño-Muñoz, "El constructivismo: Modelo pedagógico para la enseñanza de las matemáticas,"
Revista EDUCARE - UPEL-IPB - Segunda Nueva Etapa 2.0, vol. 24, no.3, pp. 488–502, 2020.

[7] A. J. Vargas,(2019, Jul 10), Influencia del método de aprendizaje basado en problemas y de los contratos de estudio en el desarrollo de competencias matemáticas de los alumnos de la Escuela Profesional de Ingeniería Electrónica de la Universidad Nacional de Huancavelica, [Online]. Available:http://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/3617

[8] J. S. Londoño, (2020, Sep 12), El desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos: estrategias metodológicas en estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Encimadas, [Online]. Available: https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/78081

[9] A. F. González, (2019, Oct, 16), Propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de coordenadas, mediante el uso de un software interactivo, *Facultad de Ciencias*, [Online]. Available: https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/77240

[10] A. I. Osorio, N. M. da Costa, D. A. Peña and L. R. Montesinos, "Modelamiento de Superficies en Coordenadas Esféricas a Través de GeoGebra," *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, vol.13, no.1, pp. 02-05, 2020.

[11] I. M. Sánchez and M. T. González, "Concepciones de la geometría analítica en los libros de texto de secundaria y universidad en España durante el siglo XIX," *Historia De La Educación*, vol. 39, no. 1, pp.45–65, 2021.

[12] G. R. Soto. "Sobre las concepciones y conocimientos de los profesores de Geometría Analítica y el nuevo modelo educativo de matemáticas". Tesis de Maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN Departamento de Matemática Educativa, Mexico, 2019